

增强现实技术 (AR) 在数学教育中的应用现状述评与展望

王罗那

(华东师范大学 数学科学学院, 上海 200241)

摘要: 将增强现实技术整合到教育环境中, 可以让学生获得可视化的、浸润式的学习体验, 打破传统教育虚实的壁垒, 为学习提供新的机会. 为了解增强现实技术在数学教育中的应用现状与发展, 收集和梳理近十年国内外有关增强现实数学教育应用的研究并进行述评, 讨论该技术在“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”三大领域的研究现状, 发现增强现实技术对数学不同领域的学习影响程度不一, 辅助几何学习的效果显著; 对学生的学习动机有促进作用; 对数学低学习成就者的影响程度更大. 对该技术在数学教育中的实践价值进行分析并提出对增强现实在应用技术、应用形式、应用对象 3 方面的研究建议与展望.

关键词: 增强现实; 数学教育; 教育应用; 学习效果

中图分类号: G434 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894 (2020) 05-0091-07

引用格式: 王罗那. 增强现实技术 (AR) 在数学教育中的应用现状述评与展望[J]. 数学教育学报, 2020, 29(5): 91-97.

1 问题提出

增强现实“augmented reality (以下简称 AR)”这一名词最早是由波音公司的员工提出, 自 20 世纪 60 年代初以来, AR 技术得到研究和开发. 早期的研究人员倾向于将 AR 定义为特定的头戴式显示器 (HMDs) 装置^[1]. AR 鼻祖——哈佛大学伊凡·苏泽兰特 (Ivan Sutherland) 教授, 于 1966 年发明的头戴式 AR 设备可以说是 AR 发展历史上的一个里程碑. 直至 1997 年, 阿祖玛 (Azuma) 和其他研究人员 (Kaufmann, 2003; Zhou, 2008) 才提供了对这种新兴技术的较为广义的界定, 包括 3 个标准: ① 是虚拟和现实元素的组合; ② 可以进行实时交互的; ③ 以三维形式注册 (即跟踪与定位)^[2-4]. 荷勒尔 (Höllerer) 和法伊纳 (Feiner) 提出了类似的界定, 他们将 AR 系统定义为: “在现实环境中实时地并有交互地结合真实的物理对象和计算机生成的信息与虚拟对象的系统.”^[5] 屈德内 (Cudenet)、伯纳尔 (Bonnard)、多雷 (Do-Lenh) 和迪伦伯格 (Dillenbourg) 等人认为: “AR 指的是将数字材料投射到现实世界对象上的技术.”^[6] 还有的研究采用了更广泛的视角, 他们将 AR 定义为虚拟现实 (virtual reality, 简称 VR) 的扩展^[7]. 阿祖玛则在研究中^[2]指出, AR 与 VR 概念不同, 在虚拟环境中, 用户完全沉浸在合成环境里, 而 AR 只是补充现实, 并非完全取代现实. VR 趋近现实, AR 超越现实.

早在 2008 年, IT 研究和咨询公司高德纳 (Gartner Inc)^[8] 预测 AR 技术将成为 2008—2012 年十大颠覆性技术之一, 影响各个领域乃至整个社会. 许多研究^[9]已经证明了 AR 应用于如建筑、军事国防、医学、娱乐等领域带来的大量益处. AR 是教育领域内潜在的、前景可观的技术之一^[10]. 2011 年的地平线报告^[11]中, 建议在未来的 2~3 年采用 AR 这一新兴技术, 为将来的教学、学习以及研究提供新的机会. 数学

需要且可以结合 IT 技术, 基于 AR 的特性, 此技术在数学教育领域具有很大的潜力. AR 融入数学教育的契机已经出现, “AR+数学教育”的未来即将到来. 然而, 这种技术对具体学科的影响尚不清楚, 专门分析 AR 在数学学科中的应用进展与影响的研究较少, 且在中国关于 AR 对数学学习影响的整体研究则更少, 接下来就 AR 在数学教育中的应用进展及学习影响等进行进一步讨论.

2 研究方法与数据来源

为了解这一新兴技术在数学教育环境中的应用进展与实际影响, 以“增强现实”+“数学教育”、“增强现实”+“数学学习”、“增强现实”+“数学教学”为主题词在中国知网中进行高级检索, 搜索时间截止至 2019 年 10 月, 得到少量的中文文献. 进行阅读筛选后, 相关中文论文仅 9 篇. 由于 AR 技术发源于国外, 美国作为发源地, 其应用研究基本可以代表目前的国际水平, 故又以“Augmented Reality or AR”+“Mathematics Learning”、“Augmented Reality or AR”+“Mathematics Education”、“Augmented Reality or AR”+“Mathematics Teaching”为主题词在 Web of Science、Springer、ERIC 等主要英文数据库进行了检索, 结合文章摘要信息, 剔除低相关度的文献和会议通知等, 总共搜集整理了国内外关于 AR 技术应用于数学教育的文献 67 篇. 虽然相关文献数量不多, 整个 AR 的数学教育研究尚处于起步阶段, 但适当参考其它国内外 AR 应用研究, 进行分析述评后, 仍可以对国际上 AR 的数学教育应用研究的现状及前景有一个较为全面的评估, 为中国 AR 的数学教育应用发展提供一些参考与启发.

3 增强现实技术在数学教育中的研究现状

经过对文献内容分析, 目前增强现实技术的数学教育研

收稿日期: 2020-06-05

作者简介: 王罗那 (1992—), 女, 浙江湖州人, 博士生, 主要从事课程与教学论、数学教育与教育技术研究.

究现状如图 1 所示. 总体来看, 增强现实技术在数学教育中有广阔的研究空间. 从教师的教学层面来看, AR 技术可以介入的有教学模式、内容开发、教学设计、教学整合、资源建设 5 个方面; 从学生的学习层面来看, 涉及到 AR 技术的有学习过程、学习结果、学习体验、学习者特征、认知过程、认知结构这 6 个方面. AR 的交互方式有两种, 一种是基于图像交互的, 一种是基于位置交互的. 当它应用于数学的学习, 从学习内容方面来看, 涉及数学学习的几个主要领域, 包括“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”. 另外, AR

技术还可以与特定的活动方式相结合, 突出学生的主体地位, 强调学生学习的过程性. 例如, 探究性学习、合作学习、游戏化学习等. 整体来看, AR 的数学教育研究尚处于起步阶段, 目前的研究都集中于教学模式、教学设计的研究; 有少量的研究关注到了学生的学习结果、学习过程、学习体验以及学习者特征, 有部分研究针对不同的活动方式进行了内容开发; 但是学生的认知过程、认知结构、教学整合、资源建设的相关研究几乎处于空白状态, 需要进一步关注.

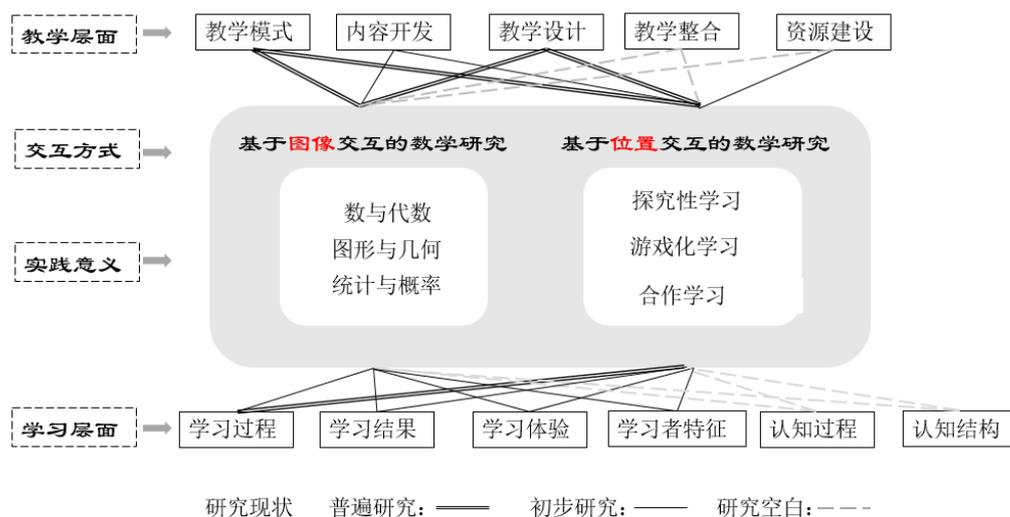


图 1 增强现实技术的数学教育研究现状

3.1 AR 在“数与代数”领域的研究现状

在中国中小学数学知识体系内, 无论在哪个学段, “数与代数”的内容量都占有很大的比重, 同时这一领域的内容对于学生来说是非常困难的. 一来是因为它涉及很多抽象概念; 二来也因为这些概念之间有很强的内部逻辑结构. 例如在中学阶段, 学生需要学习变量、二次方程、指数和三角(正弦和余弦)函数、对数, 等等, 这些概念在日常生活中并不常见和容易理解, 很多学生只能死记硬背运算公式, 而不能真正探究其“所以然”. AR 数学学习将文本、图形、视频和音频集成到学生的实时环境中, 与传统的学习方法相比, 前者提供了丰富的增强功能, 高度的参与感增加了学生的学习动力, 作为一种策略工具, AR 还可以通过其可视化特质来向学生展示解决问题时涉及的过程.

近年来, 研究人员对开发 AR 游戏作为“数与代数”主题的标准课堂学习的补充研究表现出极大的兴趣. 麦克拉伦 (McLaren) 等人对 153 名学生的对比研究表明, 基于数学教育的移动游戏可以提供更好的学习机会, 更具吸引力, 并在解决有关小数问题时学生的分数有显著的提高^[12]. 在此基础上, 林登等人利用 Unity 3D 软件中的 AR Foundation 软件包, 设计了基于 AR 的移动游戏的数学学习方法^[13], 借助移动设备中的 AR 和位置传感器, 让学生在自的家庭环境中与虚拟宠物和物品进行互动, 鼓励学生在家练习数学, 作为传统数学课堂教学的补充, 为学生提供更多机会探索数学世界, 并最终增强他们的数学技能. 为了全面评估该 AR 移

动游戏对数学学习的影响, 研究者与美国马里兰州当地一所中学合作, 以中学代数为主题对 20 名中学生进行实验研究, 并在结束后对学生进行 30 分钟的访谈, 收集学生的反馈发现, 这款基于 AR 的移动游戏能够提高学生准备数学考试的动力, 低学习成就者在数学考试中的成绩有所提高, 还可以提高学生对数学领域整体的信心.

除了上述研究, 更多的研究是基于“数与代数”中某一知识点或课题进行, 让学生在某一主题的知识或能力得到发展. 例如在解决负数的减法问题时, 有研究团队^[14]以 AR 作为负数减法操作的补救范例, 通过 AR 中不同的角色扮演, 让学生比较不同的情境会产生减法问题, 学生在注意到不同数字所模拟的不同角色的不可替代性的同时, 潜移默化地了解了减法是不可交换的事实. 巴蒂泽 (Badioze) 等人还基于此研究开发了一个旨在帮助学习者补救负数减法操作的可视化正确思维过程的增强现实补救工作表系统 (AR²WN²)^[15]. AR 游戏作为数学教育的工具, 可以为学生提供丰富的学习材料, 用于促进学习, 尤其是在基于问题的学习和逻辑推理方面有重大潜力. 例如有研究者针对中学生的严肃游戏开发了一款名为 FootMath 的 AR 游戏来模拟足球运动, 用户可以调整不同的参数值来操纵和探索不同的功能以获得目标函数^[16]. 除了中小学数学, 在学前教育阶段也有相关的应用研究, 马来西亚教育团队为学前阶段的学生设计了 AR 魔法之书^[17], 将“计数”的相关数学内容以情境化的 AR 故事来呈现, 充分调动了幼儿园学生学习的积

极性。

3.2 AR在“图形与几何”领域的研究现状

“图形与几何”领域的学习是发展学生抽象思维与空间观念的最直接的知识载体。在AR技术的支持下,通过其可视化的特征,可以将以前肉眼难以观察的现象直观地呈现出来。有学者研究发现,通过呈现丰富的可视化图像并让学生动手控制这些图像能够培养他们的形象化思维^[18]。邓立维(Dunleavy)与戴德(Dede)等人的研究^[19]表明,学生使用虚拟环境可以更好地掌握抽象概念。拉杜(Radu)指出,学生在使用AR学习几何时的学习效果比使用印刷媒体或使用桌面软件时要好^[20]。

相比以往常用的信息技术手段,AR可以通过其交互界面实现更友好的用户互动,点燃学生的学习动机和兴趣,让学生沉浸在特定的学科学习中。近年来,随着对“空间观念”“直观想象”等核心概念与核心素养的聚焦,对几何领域知识的重视程度日益提高。首先,有学者就AR应用于几何教学设计的可行性进行研究,有德国研究者(Maier、Klinker、Tönnis)的研究^[21]表明,通过AR呈现的直观的空间视觉模拟可以辅助学生的数学学习,是一种可行的教学方法。有关“图形与几何”领域的实证研究相对比较丰富,已有众多研究表明,AR技术对“图形与几何”的学习不论是知识与内容方面还是情感态度方面均有显著积极的作用。例如,普纳马(Purnama)等人创建基于OpenCv的AR几何学习工具来帮助小学生学习使用量角器,该研究在某小学四年级的学生中进行对比实验,学生的成绩令人满意,实验后对数学感兴趣的学生人数上涨了9%,100%的学生认为他们在使用AR学习量角器时得到了有益的帮助,并且证实了OpenCv能够作为构建AR应用程序的库^[22]。

空间观念是对周围环境和物体的直观感受,多项研究表明,将AR应用于几何的学习可以提高学生的空间观念。如考夫曼(Kaufmann)和施马尔蒂斯格(Schmalstieg)设计了一个名为Construct3D的AR系统,他们的研究结果显示,该系统易于使用,能够提高学生的空间观念和合作学习能力^[23]。乔治(Jorge)等人设计了ARDehaes系统,结果表明AR易于使用且具有吸引力,适用于几何学习且能够提高学生的空间观念^[24]。林浩江等人设计了一个帮助初中生学习立体几何的AR辅助学习系统^[25],研究对象为76名来自中国台湾台南市的学生。研究表明,通过AR系统辅助可以提高数学成绩与空间知觉表现,促进学生的有效学习。

3.3 AR在“统计与概率”领域的研究现状

“统计与概率”的内容自中国2000年课改以来,愈来愈受到重视,它在中小学课程内容中与日常生活联系紧密。而AR可以为理解与统计相关的概念提供丰富的情境化学习体验。已有的AR应用于“统计与概率”学习的设计与研究大多来源于生活情境,AR在K-12教育中的应用形式也比较丰富有趣。

小学阶段,来自韩国的学者李(Lee)等人的研究团队,由儿童生活中常见的“大富翁游戏”作为灵感来源,开发了AR版的“大富翁教育游戏”^[26],让小学生在AR游戏的情境下,不知不觉地学习掷骰子这一“统计与概率”模块中经

常出现的典型情境下的数学知识内容。中学阶段,在学习“频率”与“概率”概念时,李(Li)等人人在某中学让学生使用AR应用进行经典的“抛硬币”实验探究^[27],AR作为工具用于记录“抛硬币”的结果,并自动生成频率曲线。研究结果表明,通过使用AR进行探究学习,能够在有限的课堂时间内快速记录大样本实验结果,探究活动的效率得到提高,在真正的“抛掷”临场体验以及实时观察的频率曲线变化过程中,学生更能理解两个概念的区别和联系,学生的积极性也有显著提高。高等教育阶段,科林(Conley)最新的研究^[28]考察了AR体验对学习基本统计概念的影响,结果表明AR可以促进学生“统计与概率”的学习。该研究比较了前后测试中252名本科生和研究生在3种类型的增强现实体验(高AR体验、低AR体验、无AR体验)中之前和之后的学习成果。结果表明,高AR体验和低AR体验的学生在学习统计知识时比没有AR体验的学生具有更高的参与度。研究者还对学生的统计学知识进行了预测试和后测,发现原来成绩较好的学生在AR体验下学习成绩没有显著变化,而成绩较差的学生获益更多,成绩提高得更为显著。

总体而言,AR对基础教育以及高等教育阶段学生“统计与概率”的学习情感态度方面有积极的影响,不仅可以提供处理统计数据的直观体验,帮助学生积累基本活动经验,在实际操作中有助于对统计概念感性的认识到理性的理解过渡。关于AR对“统计与概率”的绩效支持、课堂学习能力、技能发展等影响还需要进一步研究。

3.4 小结

综合上述研究来看,AR在数学各领域的研究主要有3类结论:(1)AR对学生数学学习成绩在不同领域有不同程度的提高,对辅助几何学习效果显著;(2)AR仅对部分学生,如低学习成就者的数学学习成绩有显著提升;(3)AR对学生的积极性有明显的促进作用。在上述研究中,大部分研究者对AR应用前后的学生绩效进行了前后测,对学生的知识掌握情况进行测评,在访谈中对学生的学习动机和参与度进行了调查,除了关注学习成绩和学习动机等情感态度方面的影响,学习能力、学习素养、学习范式也值得进一步深挖。更有研究者建议,把开发的AR应用与范希尔(Van Hiele)几何推理测试水平相结合,它将有助于获得学生更全面的数据^[13]。

由上述讨论可以看到增强现实技术的诸多应用与优势,但在实际教学实践中还是面临了许多问题。例如,(1)影响范围有限,并非所有研究都显示增强现实对学习效果有显著的促进作用。多项应用增强现实技术的实证研究数据显示,增强现实技术虽然对学生的动力、情感态度方面起到了促进作用,但是对于某部分学生的数学学习成绩没有显著影响。尤其是对原本的高学习成就者的研究并没有显示出出色的效果。有研究者指出,可能有以下原因:第一在于试验周期较短,短期内未能发现明显差异;第二,AR本身是新兴的技术,传统的纸笔标准化测试未必能很好地评估这项技术所带来的影响,以及类似解决现实问题的能力。(2)跨学科研究团队与技术专家稀缺。尽管这些年市场上涌现出大批教育应用软件,然而其中很少是为数学学科量身设计的,而采

用新兴 AR 技术的就更少了。不可否认的是,针对数学主题领域的 AR 交互式系统的教育内容的创建与编写好的教科书一样困难,并且需要大量的时间和工作。目前跨学科研究团队、软件与技术方面的专家人才稀缺的现状也是 AR 应用于数学教育面临的一大难题。(3) 课堂整合困难。在立陶宛^[29],教育系统相当静止,缺乏不同的学习方法和风格。AR 技术给他们的教育改革带来契机,在立陶宛备受关注,但是在该国的教育过程中 AR 并没有被广泛使用,原因在于许多教师没有想到 AR 技术该如何纳入学习过程,在应用于数学这些专门的学科时缺乏有效的、有针对性的教学设计。AR 要应用在教育环境中并不是像通用的子弹一样,每个应用程序都是独一无二的,必须为特定学科和特定知识内容所设计。AR 只是数学教学内容的载体,辅以适当的内容选择和教学设计才能发挥出对学习的功效,其设计和使用必须由学科专家或专题专家指导。但是目前相关数字资源质量不高,没有真正对接学习者的诉求,使得 AR 与课堂的整合常常出现问题,很多情况下这些新技术只在展示课上“秀一秀”,与教学内容剥离、简单叠加,不能在常态课中得到广泛的应用。

4 增强现实技术在数学教育中的实践价值分析

为了了解目前数学课堂教学中媒体技术的使用,有研究者对全国 42 名数学教师发展指导者进行访谈,发现目前在数学教学中应用最多的媒体技术主要是 PPT、电子白板和几何画板,但均存在缺乏交互、真实感弱、与外部环境融合度差的局限性^[30]。而增强现实技术的浸润性、可视化、互动性、多样性的特征,能在数学教育的实践中发挥其独特的价值。它的浸润式体验能够沟通真实世界的的数据与虚拟的数学情境,引领“探究性学习”“游戏化学习”等活动的有效开展;它的可视化特质能够联系直观与抽象,增强视觉感知,突出数学概念的本质;它的实时互动性与信息的连续性可以减少无关的认知负荷,让数形结合更紧密,让数学认知更到位;它的多样性,能让不变在变化中突显,让学生在推导推理前对数学现象与规律有真切的感知,让不完全归纳更完全。下面将具体阐述。

4.1 沟通真实与虚拟 引领活动式学习

当学习发生在现实世界的背景或情境下,这样的学习环境不仅可以让学生获得经验,还可以了解课堂中的概念如何应用于现实世界中的问题解决^[31]。增强现实技术将图像、音频和其它感知增强功能从计算机屏幕叠加到实时环境中,将虚拟世界融入真实世界,实现无缝对接,为学习者提供了沉浸式的学习环境。所有学习都是发生在特定的环境中的,学习的质量是学习者与地点、对象、过程和文化之间相互作用的结果^[32]。例如,邓利维(Dunleavy)等人的研究团队与麻省理工学院、麦迪逊威斯康星大学合作,开发了一个名为 Alien Contact 的 AR 模拟系统,旨在向中学生传授数学知识和提高数学素养。新兴的多用户虚拟环境(MUVE)界面为学生提供了一种引人入胜的“爱丽丝梦游仙境”体验,学生化身“密码学家”等角色与“外星人”对话,在不同情境中与队友协作解决数学难题,给予了学习者在现实世界中难以

获得的学习体验。增强现实技术可以为数学的学习创造丰富的情境、浸润式的体验,用多种设备进行“探究性学习”“合作学习”“游戏化学习”等多样化活动^[33]。在这种情况下,学生通过将学习内容与自己的经历联系起来,容易激发数学学习的兴趣和积极情绪,大大提升活动开展的有效性。围绕虚拟内容进行协作,通过数据内容共享与自由访问参与者相关信息来改善学习体验,还能培养参与者的解决问题能力与协作能力。

4.2 联系直观与抽象 突显数学概念的本质

数学的本质是抽象。从小学数学课堂开始,学生就开始接触抽象概念与信息,如数的运算,以及用于表示数学概念的符号,等等。增强现实可以呈现与物理对象和位置相关联的信息,从而改善对符号关联的学习,促进抽象概念的理解。有研究者^[34]开发了结合体感设备 Kinect 的 AR 程序,通过时间和位置等数据信息产生图形来学习数学高等教育中的抽象概念,并在某大学进行实证研究得到了积极的反馈。借助 AR 手段,还可以帮助学生理解更难一些的概念,比如复数的运算法则,可以利用软件捕捉标记,然后呈现两个复数的向量表示,并同步呈现两个复数的和与乘积,移动不同位置便有不同一一对应的结果,从而增强视觉感知。这种联系直观与抽象的展现方式,比传统讲授式的教学更能突显数学概念的本质,让学生对数学概念产生深度理解。

4.3 结合数字与图形 增强多维空间的认知

“数形结合”是重要的数学思想方法,“数缺形时少直观,形缺数时难入微”是华罗庚先生对数形关系的精辟论述,增强现实技术可以将抽象的虚拟数字信息转换为具体表示,生成真实可见的物体。这种具体化搭建起了多维空间的认知桥梁,让数形结合更紧密。增强现实技术所具有的强大互动性是实时的,即学生可以在现实场景下自由操纵虚拟对象,且现实的操作可以在时间和空间上产生与虚拟操纵相同的水平与效果,这种信息的连续性将减少无关的认知负荷,可以有效培养学生的动态观。尤其是在空间立体几何的学习中,增强现实技术擅长展示 3D 立体图形,演示点、线、面、体的连续变换过程,可以快速对图形的长度、表面积、体积等进行精准计算,将周长—面积、表面积—体积这些易混淆概念的“数”与“形”一一对应,让直观形象更“入微”,从不同视角体会空间几何知识,理解几何体的概念、结构、性质,从而为学生从二维到三维之间的关系理解搭建完美的脚手架。

4.4 论证特殊到一般 让数学归纳更完全

在数学的探究性学习课堂中,很多的数学推理都会经历特殊化到一般化的过程。不乏听到教师使用“任意”一词,但是实际课堂实践中大部分都是由教师举一个例子演示,学生举一个例子,便验证了“任意”的情况。在此情境下,学生对“任意”的感受其实并不真切,对数学现象与规律并不确信。只有当“任意”真的很任意时,学生才会体会到推理出的结果是可信的、严谨的。例如在学习“密铺”的性质时,需要验证任意三角形和四边形可以密铺。在推导验证之前,对四年级的学生来说最直观的方法是用直接拼图来探索密铺的规律。传统的学生剪拼法耗时耗材,且精确性不高,剪

纸过程稍有差池便会影响密铺效果,而教师演示法交互性低,学生认同感不强.利用增强现实技术可以有效弥补这些不足,只需在方格纸上画出任意的三角形、四边形,将其扫描入AR设备(手机、平板、电脑都能实现)便能观察所画图形的密铺过程,简单的操作就能够让学生在短时间内进行重复多次的实验探究,每个学生参与其中,在多次亲历体验中发现规律与本质,让不变在变化中突显,让不完全归纳更完全,让“任意”真的很任意,为下一步的推导推理积累活动经验.

5 研究展望

文章详述的研究重要性不是技术本身,而是技术为学习带来的附加价值.增强现实技术特有的可视化、互动性、沉浸性等优势在数学教育的应用中展现了强大的价值和潜力,目前该领域的研究尚处于起步阶段,需要进一步探索它的发展空间.

5.1 应用技术

从应用技术层面来看,基于图像(标记)的增强现实技术是支持AR学习体验发展的最常用方法,其次是基于位置的增强现实技术.与无标记跟踪技术相比,当前标记的跟踪过程更好且更稳定,与真实世界在时空的对接更自然,有利于实现更多沉浸式而非侵入式AR学习体验^[35].以上两种方法主要是基于地理位置和标志物的识别向学习者推送文字图片,近年来逐渐形成向使用者推送3D物体的趋势,在真实感与神奇感方面更趋于完美,但是在现实环境中的渲染与跟踪算法等方面还存在很大的优化空间,例如室内操作时会因为光线不足导致阴影遮蔽,手持设备产生运动模糊,跟踪延时等技术问题.程序的鲁棒性、实时性、灵活性还有较大的改进空间^[36].

目前最流行的可以访问并创建AR应用程序的工具具有ATOMIC、Unity3D、AMIRE和ComposAR等,这些都对使用者有一定的计算机知识和编程语言要求.随着移动技术的成熟,AR技术已经可以广泛集成到智能手机和平板电脑等移动设备,程序的易用性影响着此技术的普及,如让操作界面更加直观,允许用户创建学习环境而无需使用编程语言是未来技术层面努力的方向.让没有编程经验的各学科教师可以根据教学目标创建自己需要的AR程序,让AR真正成为“创作工具”,体现学科与技术的深度融合,实现深层次交互,是未来研究的一个重要方向.

5.2 应用形式

从应用形式来看,早期的研究大多是将AR作为传统数学课堂的辅助工具来补充标准课程,进行课堂演示、知识查看,以及模拟实验操作.还有研究者在数学课堂中尝试使用AR教科书、灰卡和其它包含嵌入式标记或触发器的教育阅读材料,当由AR设备扫描时,生成以多媒体格式呈现的补充信息^[2, 37].近期的研究中,AR的应用形式趋于丰富多样,

基本可分为AR阅读、AR演示、AR操作3类.AR阅读包括数学绘本、认知卡片等,AR演示包括非正式学习环境中的数学展览,正式学习环境中函数图象的计算呈现、空间几何图形的构建与多方位展示等,AR操作包括三维建模、教育游戏等.结合中国数学内容的螺旋式设计,以及前面提及的局限性,建议未来的AR应用研究可以不拘泥于数学课堂,延长研究周期,多关注学习形式的转变,例如可以应用于翻转课堂、基于项目的任务设计、综合实践的主题教学设计等,在探究式学习中提升学生的数学素养.更有研究者建议,结合其它互动策略(例如体感游戏、角色扮演、智能眼镜等可穿戴技术)以增强用户的体验与生动性,获得更强的真实感与深层次互动^[38-39].值得注意的是,AR的数学教育应用不该是盲目的追求使用技术来更新教学形式,以教学论作为中介内容,考虑学生的学习内容、教师的教学风格、技术的使用方法三大因素,博采众长,选择合适的应用形式才能发挥AR在教育中的最大功效.

5.3 应用对象

从应用对象层面来看,有研究者建议关注更大的样本量和广泛的主题^[40].胡安(Garzón Juan)等人^[41]基于2011—2017年在国际期刊上发表的50篇关于AR在教育中的应用研究统计发现,在这些研究中AR应用的最常见的目标对象群体是中学生(35%)、学士学位等级(32.50%)和小学(25%).有一个目标群体没有被考虑在内——职业技术教育生.综观贝卡(Bacca)与陈(Chen)等人的研究^[42],在总共127个涉及AR的应用中仅有一个是将职业技术教育的学生作为目标对象.这些学生,通常都已完成中学教育,但由于种种原因没有入读大学,而是准备成为某特定职业的技术人员,某些数学知识对于他们来说是必要但是难学的,将数学学习通过AR这一载体应用于职业教育中相关实践活动培训的潜力尚未被挖掘.进行更多研究以了解AR应用中的用户的知识构建过程与心理沉浸差异,也是研究的空白,有待填补.

除此之外,未来更多的研究还应将特殊人群的需求纳入考虑之中,例如学习障碍者、有认知限制的人、残疾人等,并为更广泛的用户提供系统的可用性.已有研究^[43]表明,AR对自闭倾向和注意力不足过动症(attention deficit disorder,以下简称ADD)的学生的行为和参与度有明显的积极影响.访谈中有教师谈到:“我看到平时比较自闭的几个孩子,此刻真的很专注、很投入”;“我确实注意到ADD的孩子,有几个平时根本不会坐在课堂上,现在他们100%参与进来了”.在课堂上教师面临的巨大挑战之一就是努力吸引那些在对课程无动于衷的学生,这些学生在AR活动中高度参与的发现是重要且令人鼓舞的,可以合理地断言,如果能将AR与合理的教学法结合起来,对特殊人群的数学学习将有重大意义.

[参考文献]

- [1] MILGRAM A P, TAKEMURA H, UTSUMI A, et al. Augmented reality: A class of displays on the reality-virtuality continuum [J]. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 1994 (2 351): 282-292.

- [2] AZUMA R T. A survey of augmented reality [J]. Presence Teleoperators Virtual Environment, 1997, 6 (4): 355–385.
- [3] KAUFMANN H. Collaborative augmented reality in education [C] // Proceedings from Imagina 2003 Conference. Monaco: Imagina, 2003: 1–4.
- [4] ZHOU F, DUH H-L, BILLINGHURST M. Trends in augmented reality tracking, interaction and display: A review of ten years in ISMAR [C] // Proceedings from ISMAR 7th IEEE/ACM International Symposium: Mixed and Augmented Reality. Cambridge: IEEE, 2008: 193–202.
- [5] HÖLLERER T H, FEINER S K. Mobile augmented reality [M] // KARIMI H A, HAMMAD A. Teleinformatics: Location-based computing and services. CRC Press, 2004: 392–421.
- [6] CUENDET S, BONNARD Q, DO-LENH S, et al. Designing augmented reality for the classroom [J]. Computers & Education, 2013, 68 (1): 557–569.
- [7] WOJCIECHOWSKI R, CELLARY W. Evaluation of learners' attitude toward learning in ARIES augmented reality environments [J]. Computers & Education, 2013, 68 (1): 570–585.
- [8] GARTNER Inc. Gartner identifies top ten disruptive technologies for 2008 to 2012 [EB/OL]. (2008–11–18) [2019–07–05]. <http://www.gartner.com/it/page.jsp?id=681107>.
- [9] BILLINGHURST M, CLARK A, LEE G. A survey of augmented reality [M]. Now Publishers Inc, 2015: 73–272.
- [10] JOHNSON L, ADAMS S, CUMMINS M. Technology outlook for Australian tertiary education 2013–2018: An NMC horizon report regional analysis [M]. New Media Consortium: Austin, Texas, 2013: 28.
- [11] 新媒体联盟. 2011地平线报告[J]. 上海教育, 2011 (14): 1–12.
- [12] MCLAREN B M, ADAMS D M, MAYER R E, et al. A Computer-based game that promotes mathematics learning more than a conventional approach [J]. Game-Based Learn, 2017, 7 (1): 36–56.
- [13] LIN D. Towards an augmented reality-based mobile math learning game system [M] // HCI International 2019. Switzerland: Springer, 2019: 217–225.
- [14] PERIASAMY E, ZAMAN H B. Augmented reality as a remedial paradigm for negative numbers: Content aspect [M]. Berlin: Springer, 2009: 11–13.
- [15] ZAMAN H B, PERIASAMY E A, AHMAD A, et al. Evaluation of augmented reality remedial worksheet based on AVCTP algorithm for negative numbers (AR²WN²) [C] // Proceedings from International Visual Informatics Conference. Malaysia: Springer, 2013: 581–594.
- [16] JOSÉ M C, SYLLA C, JOÃO M M, et al. Interactivity, game creation, design, learning, and innovation [M]. Switzerland: Springer, 2019: 508–513.
- [17] ZHANG M, LEI W, LU Y, et al. A digital entertainment system based on augmented reality [M]. Berlin: Springer, 2011: 787–794.
- [18] NOR F S. A review of research on augmented reality in education: Advantages and applications [J]. International Education Studies, 2015, 8 (13): 1–8.
- [19] DUNLEAVY M, DEDE C. Augmented reality teaching and learning [M] // Handbook of research on educational communications and technology. New York: Springer, 2014: 282–291.
- [20] RADU I. Why should my students use AR? A comparative review of the educational impacts of augmented-reality [C] // IEEE International Symposium on Mixed & Augmented Reality. Atlanta: IEEE, 2013: 313–314.
- [21] MAIER P, KLINKER G, TÖNNIS M. Augmented reality for teaching spatial relations [J]. International Journal of Arts & Sciences, 2009 (10): 22–25.
- [22] PURNAMA J, ANDREW D, GALINIUM M. Geometry learning tool for elementary school using augmented reality [C] // 2014 International Conference on Industrial Automation, Information and Communications Technology. Bali: IEEE, 2014: 145–148.
- [23] KAUFMANN H, SCHMALSTIEG D. Mathematics and geometry education with collaborative augmented reality [J]. Computers & Graphics, 2003 (27): 339–345.
- [24] JORGE J, MANUEL M, DAVID M. Design and validation of an augmented book for spatial abilities development in engineering students [J]. Computers & Graphics, 2010 (34): 77–91.
- [25] LIN H C K, CHEN M C, CHANG C K. Assessing the effectiveness of learning solid geometry by using an augmented reality-assisted learning system [J]. Interactive Learning Environments, 2015, 23 (6): 799–810.
- [26] LEE H S, LEE J W. Mathematical education game based on augmented reality [M] // PAN Z, ZHANG X, EL RHALIBI A, et al. Technologies for e-learning and digital entertainment. Berlin: Springer, 2008: 442–450.

- [27] LI S, SHEN Y, WANG P, et al. A case study of teaching probability using augmented reality in secondary school [EB/OL]. (2016-11-18) [2019-07-13]. www.etc.edu.cn/cs/publications.html.
- [28] CONLEY Q. Exploring the impact of varying levels of augmented reality to teach probability and sampling with a mobile device [D]. Phoenix: Arizona State University, 2014: 116-122.
- [29] VALATKEVIČIUS T, PAULAUSKAS A, BLAŽAUSKAS T, et al. The mobile application based on augmented reality for learning STEM subjects [M]. Switzerland: Springer, 2018: 476-482.
- [30] 毛耀忠, 张锐, 陈行, 等. 信息技术如何影响数学学习——基于对 42 位数学教师发展指导者的访谈[J]. 电化教育研究, 2018, 39(3): 109-114.
- [31] BUJAK K R, RADU I, CATRAMBONE R, et al. A psychological perspective on augmented reality in the mathematics classroom [J]. Computers & Education, 2013 (68): 536-544.
- [32] HAMADA S. Education and knowledge based augmented reality (AR) [M] // SHAALAN K, HASSANIEN A, TOLBA F. Intelligent natural language processing: Trends and applications. Switzerland: Springer, 2018: 741-759.
- [33] 田元, 周霖, 夏丹, 等. 基于移动增强现实的学龄前儿童教育游戏研究与设计[J]. 电化教育研究, 2019, 40(4): 68-75.
- [34] AYALA N A R, MENDÍVIL E G, SALINAS P, et al. Kinesthetic learning applied to mathematics using kinect [J]. Procedia Computer Science, 2013, 25 (25): 131-135.
- [35] ZARRAONANDIA T, AEDO I, DÍAZ P, et al. A case of use of augmented reality for supporting communication in presentations [M] // URZAIZ G, OCHOA S F, BRAVO J, et al. Ubiquitous computing and ambient intelligence. Switzerland: Springer, 2013: 102-110.
- [36] 王培霖, 梁奥龄, 罗柯, 等. 增强现实 (AR): 现状、挑战及产学研一体化展望[J]. 中国电化教育, 2017(3): 16-23.
- [37] YUEN S, YAOYUNYONG G, JOHNSON E. Augmented reality: An overview and vedirections for AR in education [J]. Educ, Technol, Deve, Exch, 2011, 4(1): 119-140.
- [38] CHANG Y L, HOU H T, PAN C Y, et al. Apply an augmented reality in a mobile guidance to increase sense of place for heritage places [J]. Educational Technology & Society, 2015, 18(2): 166-178.
- [39] 蔡苏, 张晗, 薛晓茹, 等. 增强现实 (AR) 在教学中的应用案例评述[J]. 中国电化教育, 2017(3): 1-9, 30.
- [40] CHEN P, LIU X, CHENG W, et al. A review of using augmented reality in education from 2011 to 2016 [M] // POPESCU E. Innovations in smart learning. Singapore: Springer, 2017: 13-18.
- [41] GARZÓ N J, PAVÓ N J, BALDIRIS S. Augmented reality applications for education: Five directions for future research [M] // DE PAOLIS L, BOURDOT P, MONGELLI A. Augmented reality, virtual reality, and computer graphics [M]. Switzerland: Springer, 2017: 402-414.
- [42] BACCA J, FABREGAT R, BALDIRIS S, et al. Augmented reality trends in education: A systematic review of research and applications [J]. Educational Technology & Society, 2014, 17(4): 133-149.
- [43] DUNLEAVY M, DEDE C, MITCHELL R. Affordances and limitations of immersive participatory augmented reality simulations for teaching and learning [J]. Journal of Science Education and Technology, 2009, 18(1): 7-22.

The Integration of Augmented Reality (AR) in Mathematics Education: Looking Back and Looking Forward

WANG Luo-na

(School of Mathematical Sciences, East China Normal University, Shanghai 200241, China)

Abstract: Integrating Augmented Reality (AR) in the educational environment enables students to obtain a visual and immersive learning experience. It can break the barriers between the virtual and reality and provide new learning opportunities. To understand the current situation and the development of the application of AR in mathematics education, this study reviewed the studies of mathematics educational application of AR at home and abroad and discussed the development of AR in three major learning areas of mathematics, including Number and Algebra, Graphics and Geometry, and Statistics and Probability. The results show that AR has different effects on students when they learn different areas of mathematics; in particular, it has a very distinguished effect on geometry learning, it has positive effects on students' learning motivation, and it has more influence on students who have lower achievement than on those who have higher performance in mathematics. We then discuss the practical value of AR in mathematics education and put forward suggestions to the field of mathematics education from the aspects of technology, form, and object.

Key words: augmented reality; mathematics education; educational application; learning effect

[责任编辑: 周学智、陈汉君]